

Mathematik in der Volksschule

Elterninformation



Elterninformation

1. Einleitung

Für viele Menschen ist Mathematik eine schwer verständliche Sammlung von Formeln und Gesetzen, die man auf Prüfungen hin auswendig gelernt und danach bald wieder vergessen hat. Der Nutzen solchen Mathematiklernens ist auf eine kurze Zeitspanne ausgerichtet und daher eher gering.

Die im Lehrplan des Kantons Solothurn verankerten Zielsetzungen verlangen jedoch auch im Fachbereich Mathematik Nachhaltigkeit. Deshalb stützen sich die als obligatorisch erklärten Mathematiklehrmittel (Schweizer Zahlenbuch, mathbu.ch) auf die neusten neurobiologischen Erkenntnisse und auf eine moderne Fachdidaktik.

Kinder und Jugendliche werden angeleitet, auch im Fach Mathematik eigene Denkweisen zu entwickeln, Lernwege selber zu definieren, auszuprobieren und die Ergebnisse ihrer Arbeit auszuwerten.

Die vorliegende Broschüre hat zum Ziel, Erziehungsverantwortliche über die wichtigsten Neuerungen im Mathematikunterricht zu informieren und häufig gestellte Fragen zu beantworten.

Die vorliegende Infoschrift ist in Anlehnung an eine gleichnamige Broschüre des Lehrmittelverlags des Kantons St. Gallen mit entsprechender Genehmigung entstanden. Besten Dank.

2. Kinder und Mathematik

Kinder wie auch Jugendliche sind neugierig und wollen lernen. Viele haben Spass an Zahlen und am Rechnen, besonders wenn diese mit Situationen aus ihrem Alltag in Zusammenhang stehen. Sie finden es zum Beispiel spannend, die Anzahl Schritte für ihren Schulweg zu bestimmen und auszurechnen, wie viele Schritte sie dafür in einem Tag oder in einer Woche gehen. Mit viel Fantasie entwickeln sie Methoden und Strategien beim Zählen und Ausrechnen. Sie kommen dabei oft auf unerwartete Ideen und geschickte Lösungen. Meist können sie mehr, als Erwachsene glauben oder erwarten. Sie sind kreativ und denken oft anders als Erwachsene. Bei dieser kreativen Denkweise und Lösungssuche kommen Fehler vor. Vielfach sind dies aber nur vermeintliche Fehler. Die Kinder denken richtig, drücken sich aber beim Beschreiben ihrer Denkwege manchmal nicht so aus, wie Erwachsene es gewohnt sind.

Ein Beispiel

Mario, 2. Klasse, ist Fussballfan. Eines Tages kommt er auf die Idee, alle Punkte zusammenzuzählen, die montags für die Spieler einer Mannschaft in der Zeitung vergeben werden. Er entdeckt einen wundervollen Trick, auf den er sehr stolz ist. Um die Summe der Punktzahlen 9, 12, 10, 11, 8, 10, 9, 8, 12, 11, 10, 12 zu ermitteln, geht er sie nacheinander durch und sagt dazu: «119, 121, 121, 122, 120, 120, 119, 117, 119, 120, 120, 122.»

Finden Sie den Trick von Mario heraus? Ein Tipp: Mario hat 12 Zahlen zu addieren, die sich alle in der Nähe der Zahl 10 befinden.

3. Mathematik ist mehr als nur Rechnen

Während früher in den Stundenplänen «Rechnen» und auf der Oberstufe zusätzlich «Geometrie» und «Algebra» aufgeführt waren, so erscheint heute die Bezeichnung «Mathematik». Der Begriff umfasst weit mehr als das Lernen von Rechenverfahren, Formeln und Gesetzen. Mathematik lernen ist aktives Tun und eine schöpferische Tätigkeit, bei der Intuition, Fantasie und kreatives Denken beteiligt sind. Es geht darum, in den folgenden Bereichen selbstständig Entdeckungen zu machen und dabei Vertrauen in die eigene Denkfähigkeit und Freude am Denken aufzubauen:

Erkenntnisse und Vorstellungen

Im mathematischen Tun werden Mengen, Grössen, Figuren und Formen in der Alltagswelt untersucht, verglichen, berechnet und mit den Mitteln der mathematischen Sprache beschrieben. Dies können sein: Ziffern und Zahlen, Zeichen und Masseinheiten, Grafiken und Diagramme, Skizzen, Zeichnungen und Konstruktionen. Aufgrund dieser aktiven Auseinandersetzung werden Erkenntnisse und Vorstellungen von mathematischen Phänomenen, Gesetzmässigkeiten und Zusammenhängen entwickelt. Die Beschäftigung mit Mathematik in dieser Art schult das Vorstellungsvermögen, das logische und vernetzte Denken, das systematische Arbeiten, das genaue Lesen sowie einen exakten Sprachgebrauch.

Problemlösen

Die Lernenden erhalten oder formulieren selber Frage- und Aufgabenstellungen, die nicht mit einem allgemein verfügbaren Verfahren gelöst werden können. Der Lösungsweg muss selber entwickelt werden durch verschiedene Strategien: Präbeln, Skizzieren, Vereinfachen, Annäherungsverfahren, geplantes, systematisches Vorgehen.

Fertigkeiten

Beim Erwerb von Fertigkeiten geht es um das Einüben von mündlichen, halbschriftlichen und schriftlichen Rechenoperationen (z.B. Addieren oder Subtrahieren), aber auch um das Schätzen und Überschlagen sowie den Einsatz von Hilfsmitteln (z.B. des Taschenrechners).

4. Wie wird Mathematik gelernt?

Lange Zeit wurde Mathematik mehrheitlich nach dem Rezept «Lehren/Erklären – Lernen/Üben – Prüfen» betrieben. Die Lernenden mussten lediglich Vorgegebenes reproduzieren. Heute weiss man, dass sich Mathematik nicht durch Belehrung vermitteln lässt. Erkenntnisse und Vorstellungen müssen in jedem Gehirn neu geschaffen werden. Die Lernenden müssen Mathematik von Anfang an in Situationen erfahren und anwenden können. Mathematiklernen folgt den nachstehenden Grundsätzen:

An Problemstellungen statt in kleinen Schritten lernen

Kinder und Jugendliche wollen und müssen eigene Wege gehen. Häufig sind sie in der Lage, Aufgaben auf eigenen Wegen zu lösen. Sie müssen nicht alles vorgesagt bekommen. Statt alles Schritt für Schritt erklärt zu bekommen, werden die Lernenden herausgefordert, etwas selbst herauszufinden. Durch die so angeregten Denkvorgänge soll ein Netz von Wissen, Vorstellungen und Fertigkeiten entwickelt werden. Dieses Vorgehen ist Erfolg versprechender als das Anhäufen von einzelnen Fakten. Das Beherrschen von Regeln und vorgeschriebenen Verfahren (Normalverfahren) steht am Ende eines Lernprozesses. Beharrt man zu früh auf der Anwendung von Normalverfahren, kann dies das Verständnis erschweren.

Lösungswege individuell darstellen

Wenn Lernende eigene Wege gehen, entwickeln sie verschiedene Darstellungsformen. Diese werden nicht mehr an vorgegebenen Mustern gemessen. Wichtig ist, dass Denk- und Rechenwege ersichtlich werden und eine Antwort auf die gestellte Frage formuliert ist.

Aus Fehlern lernen

Wo gelernt wird, werden Fehler gemacht. Im Mathematikunterricht gilt im Besonderen: Mit Fehlern darf gerechnet werden. Fehler werden nicht als Unvermögen taxiert, sondern als Lernquelle genutzt. Sie sind notwendige Bestandteile fruchtbarer Lernprozesse. Erwachsene müssen dabei lernen, dass einiges von dem, was in ihren Augen oder Ohren fehlerhaft erscheint, gar nicht so falsch ist. Meist stecken systematische Überlegungen dahinter. Es lohnt sich, diese durch Nachfragen nachvollziehen zu können.

Zielorientiert lernen

Wesentliches Merkmal ist – wie in andern Fächern auch – die Zielorientierung und Zieltransparenz. In den neuen Lehrmitteln werden die Ziele den Lernenden zu jedem Thema mitgeteilt. An diesen Zielen orientiert sich dann auch die Lernkontrolle, welche den Schülerinnen und Schülern aufzeigt, wie weit sie diese Ziele erreicht haben.

Gemeinsam lernen

In den Lehrmitteln wird grosser Wert darauf gelegt, dass die Lernenden zusammen arbeiten und gemeinsam lernen. Die Aufgaben sind so gestellt, dass Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten wie auch besonders Begabte Zugang zur jeweiligen Problemstellung haben und eigene, ihnen angemessene Lösungswege gehen können. Oft werden dann diese unterschiedlichen Lösungswege gemeinsam diskutiert. Ein differenzierendes Übungsangebot erlaubt dann das Üben, Vertiefen und Festigen auf verschiedenen Anforderungsstufen.

5. Lernen die Kinder und Jugendlichen überhaupt noch rechnen?

Ja, alles Wissen nützt wenig, wenn es am nötigen Können fehlt, um es anzuwenden. Nur zu wissen, wie man Auto fährt, genügt nicht. Zu den Fertigkeiten in der Mathematik gehören neben den landläufig bekannten Rechenverfahren wie Addieren, Dividieren, Potenzieren oder Wurzelziehen auch Interpretieren, Bewerten, Darstellen, Vereinfachen, Schätzen, Kontrollieren, Unklarheiten klären, Probleme lösen usw.

Die sichere Anwendung von Rechenfertigkeiten bleibt nach wie vor ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichtes. Dabei werden vor allem die folgenden Rechenverfahren geübt:

Halbschriftliche Verfahren

Bei halbschriftlichen Verfahren erfolgt das Ausrechnen von Ergebnissen schrittweise, indem die Rechnungen in einfache Teilrechnungen umgewandelt und die Zwischenergebnisse am Schluss wieder zusammengenommen werden. Diese Teilrechnungen und Teilschritte können unterschiedlich sein.

Kopfrechnen

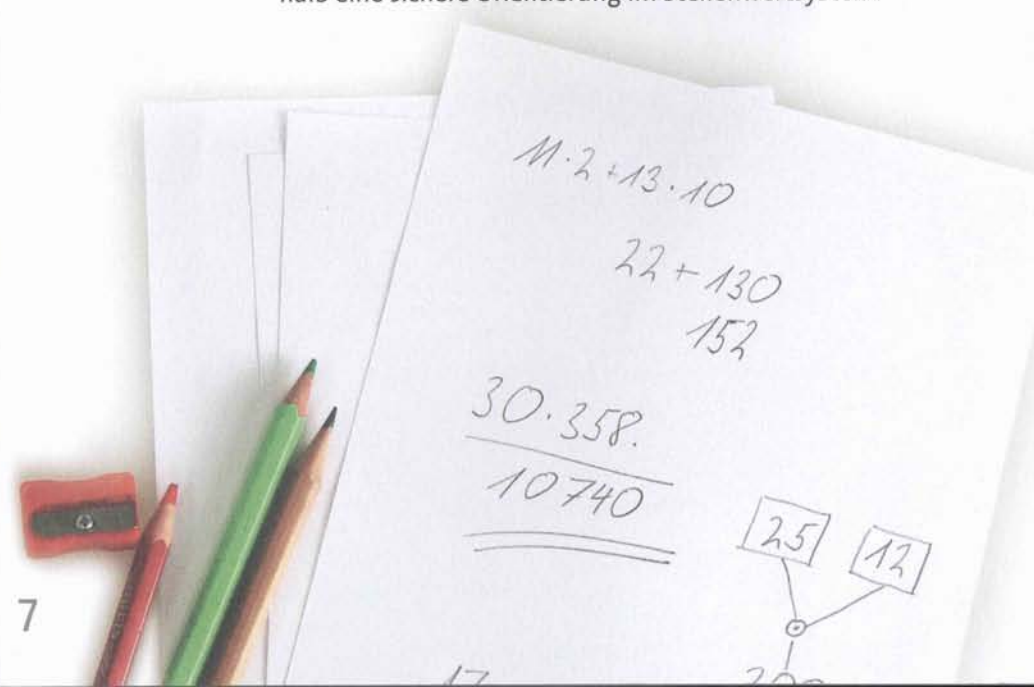
Im Vordergrund steht das Überschlagen, das zur Überprüfung von Resultaten dient. Dabei werden Zahlen und Operationen gesucht, mit denen einfach gerechnet werden kann. Der Erwerb von Kopfrechnungsfertigkeiten erfolgt durch das Entdecken und Aufzeigen von Gesetzmässigkeiten und Regelmässigkeiten, im Erkennen von Zusammenhängen zwischen Zahlen oder durch das eigene Entdecken von Rechentricks (siehe Beispiel von Fussballfan Mario).

Schriftliche Normalverfahren

Zu diesen Verfahren gehören das schriftliche Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren. Das Beherrschen dieser vorgeschriebenen Verfahren gehört zu den Grundfertigkeiten, die alle Schülerinnen und Schüler am Ende der Volksschule sicher beherrschen müssen.

Stellenwert (Zehnersystem)

Das Zehnersystem bildet die Grundlage dafür, dass Rechenverfahren mit grossen Zahlen auf das Einspluseins und das kleine Einmaleins reduziert werden können. Zudem sind die Masseinheiten für Geld, Längen, Gewichte, Flächen und Rauminhalte im Zehnersystem aufgebaut. Ausnahme bilden die Masseinheiten für Zeitangaben. Zu den Grundfertigkeiten gehört deshalb eine sichere Orientierung im Stellenwertsystem.



6. Warum darf der Taschenrechner gebraucht werden?

Es ist nicht das Ziel, Lernende durch den Gebrauch des Taschenrechners vom Erwerb von mündlichen und schriftlichen Rechenfertigkeiten zu entlasten. Mit der gezielten Verwendung des Taschenrechners können neue Zugänge zur Mathematik eröffnet werden. So können zum Beispiel durch Probieren auf dem Taschenrechner Zahlbeziehungen und Rechengesetze auf verschiedene Weise erfasst und erkannt werden. Der Taschenrechner wird in der Primarschule vor allem eingesetzt, um Resultate zu überprüfen, Ergebnisse von verschiedenen Lösungswegen zu vergleichen und um Zahlbeziehungen zu erkennen. Auf der Oberstufe wird die Anwendung von weiteren Funktionstasten erlernt, zum Beispiel Potenzieren (n^2 , n^3), Quadratwurzel, Prozentrechnung.



7. Wie werden mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten geprüft und beurteilt?

Den Lernenden müssen die jeweils zu erreichenden Ziele bekannt sein. Die Leistungen werden aufgrund dieser Ziele geprüft und beurteilt. Neben den Fertigkeiten wird auch das Problemlösen geprüft, wo das Finden eines eigenen Lösungsweges Bedingung ist.

Formative Lernkontrollen prüfen die vorgängig bearbeiteten Inhalte und werden nicht benotet. Sie dienen der Förderung und der Aufarbeitung von festgestellten Mängeln.

Summative Prüfungen stellen Aufgaben zu unterschiedlichen Zielen und Inhalten und überprüfen den Leistungsstand, der in Form von Noten beurteilt wird.

Sachaufgaben Multiplikation Lernkontrolle

Ich kann Informationen und Zusammenhänge aus Texten und Bildern entnehmen und in einer Rechnung darstellen.

Reto Berger ist Chauffeur einer Baufirma und transportiert mit seinem Lastwagen Baumaterial vom Magazin an die verschiedenen Baustellen.

1. Berechne die Hin- und Rückfahrt.

Baustelle	Hinfahrt	Hin- und Rückfahrt
Hirzberg		
Giblen		

2. Fahrten in einer Woche
Eine ganze Woche lang hat Reto Berger Striche gemacht. Jeder Strich bedeutet eine Fahrt zur Baustelle und wieder zurück zum Magazin. Berechne die zurückgelegten Fahrkilometer.

Baustelle	Fahrten	Rechnung	gefahrte Kilometer
Hirzberg	II	$7 \cdot 46 \text{ km}$	km
Giblen	III		km
	III		km

3. Montag
Am Montag fuhr Baustelle in der Achte auf eine...

4. Dien
Am Dien Rütihof fahren.

8. Wie können Eltern helfen?

Kinder und Jugendliche brauchen geduldige Erwachsene. Manche begreifen und arbeiten schnell, andere langsam. Dies erfordert Geduld. Geduld ist aber auch gefragt, wenn Erwachsene die Lösungswege und die Kommentare dazu verstehen wollen. Manchmal sind sie so undurchsichtig, dass es Mühe macht, den Sinn dahinter zu entdecken. Oft sind sie trotz ihrer Kompliziertheit richtig und sinnvoll, manchmal zwar falsch, aber auch dann steht vielfach eine erklärbare Logik dahinter. Dies kann Ausgangspunkt für klärende Gespräche sein. Eine wichtige Grundlage für eine wirksame Hilfe ist das Verstehen. Grundsätzlich gilt wie bei allen andern Hausaufgaben, dass sie von den Lernenden selbstständig gelöst werden sollen. Hilfe durch Erklären oder gemeinsames Klären des bearbeiteten Inhalts ist Aufgabe der Lehrperson, nicht der Eltern. Diese können aber bei Mathematikaufgaben wie folgt positiv Einfluss nehmen:

- Zeigen Sie Interesse an der Aufgabenstellung.
- Fragen Sie nach, welche Lösungswege versucht oder begegangen wurden.
- Loben Sie gute Leistungen.
- Ermuntern Sie zum Fragen: Lehrperson, Kameradinnen und Kameraden, Bekannte, die es wissen könnten usw.
- Erkundigen Sie sich nach dem Problem, welches das Kind am Weiterkommen hindert. Die Formulierung des Problems ist oft schon ein erster Schritt zur Lösung.
- Entbinden Sie die Lernenden von der Fertigstellung einer Aufgabe, wenn sie keinen Schritt mehr weiter kommen, und informieren Sie die Lehrperson entsprechend.

9. Aufgabenbeispiele aus den neuen Mathematiklehrmitteln



Zahlenbuch 1. Klasse:
Mathematisieren am Beispiel von Ordnungszahlen

Die Kinder begegnen am Beispiel einer Alltagssituation – Warteschlange vor einem Kiosk – der Ordnungsfunktion von Zahlen. Sie spielen und besprechen die dargestellten Situationen und lernen, dass man Ordnungszahlen in einer (Rang)-Liste mit einem Punkt schreibt.

1. 1. 2. 3.

2. 2.

3.

4. 1. 3. 8. 16.
1. 3. 8. 16.

1-3 Situationen durchspielen und besprechen. 1-4 Ordnungszahlen eintragen.

Zahlenbuch 2. Klasse:
Problemlösen am Beispiel des Zauberdreiecks

Ein Zauberer fordert die Kinder auf, Zahlen so in ein Dreieck zu schreiben, dass die Summe aller drei Seiten die gleiche ist. Die Kinder müssen selber geeignete Vorgehensweisen und Hilfsmittel zum Lösen der Aufgabe entwickeln. Einen vorgegebenen Lösungsweg gibt es nicht.

Das Zauberdreieck

Von 1 bis 10 die Zahlen gehn.
 Nun habe Mut, probiere gut.

Immer 12 solls sein, setz richtig ein:

Es ist vollbracht – alle Seiten gleich gemacht.

1. Immer 12

2. Immer 15

3. Immer 20

1-3 Mit Zahlenkarten nachlegen, Lösungen ausprobieren.

logisch 4:
Handelndes Lernen in der Geometrie am Beispiel «Bauen mit Würfeln»

Durch das Vergleichen von wirklichen Abbildungen mit einem Plan, durch das Bauen mit Würfeln nach Plänen sowie durch das selbstständige Zeichnen von Plänen werden das räumliche Vorstellungsvermögen und das genaue Arbeiten nach Vorgaben geschult.

Bauen mit Würfeln

☞ Du lernst Pläne lesen und zeichnen.
 Du lernst nach Plänen bauen.

1. **Vergleiche das Würfelgebäude mit dem Plan.**

Plan
 Grundfläche

















Die Fläche, auf der das Würfelgebäude steht, nennt man Grundfläche.

2. **Würfelgebäude**

☞ Zeichne von den Würfelgebäuden Pläne.
 ☞ Trage in die Pläne die Anzahl Stockwerke ein.

3. **Würfelgebäude bauen**

☞ Baue nach den Plänen Würfelgebäude.
 ☞ Erstelle eigene Baupläne und baue anschliessend die Gebäude.

logisch 4:
Mathematisieren am Beispiel «Rund um das Velo»

Beim Kaufen und Verkaufen entstehen Fragen, die zu Rechnungen führen: Was kostet alles zusammen? Reicht das Geld? Was kommt billiger? Die Kinder lernen, den Texten Informationen zu entnehmen und Zusammenhänge in einer Rechnung darzustellen. Die Darstellung kann verschieden gestaltet sein. Wichtig ist, dass der Lösungsweg und die Lösung selbst klar ersichtlich sind.

Rund um das Velo

Sachrechnen
 Addition/Subtraktion

☞ Du lernst Informationen und Zusammenhänge aus Texten und Bildern zu entnehmen.
 Du lernst Zusammenhänge in einer Rechnung darzustellen.
 Du lernst Lösungswege übersichtlich und verständlich darzustellen.

Joel und Anna haben beide ein neues Bike erhalten und vergleichen sie nun.

Joel: „Ich habe das Velo von meinen Eltern erhalten; es kostete 978 Fr.“
 Anna: „Ich habe einen Teil selbst bezahlt. Die 627 Fr. auf meinem Sparkonto reichten nicht ganz, aber meine Mutter hat mir die fehlenden 479 Fr. geschenkt.“

Bei welchen Fragen findest du die Antwort im Text? Bei welchen Fragen muss man die Antwort selbst austreichen? Welche Fragen kann man nicht beantworten?

1. **Suche auf die Fragen eine Antwort.**

- ☞ Wie heissen die beiden Kinder?
- ☞ Wo hat der Knabe sein neues Velo gekauft?
- ☞ Wie viel kostete das Velo von Anna?
- ☞ Wie teuer war das Velo von Joel?
- ☞ Wie viel Geld hatte Anna auf ihrem Sparkonto?
- ☞ Wie alt ist Anna?
- ☞ Wie gross ist der Preisunterschied der beiden Räder?

2. **Zu welchen Fragen passen die beiden Rechnungen?**

- ☞ 627 Fr. + 479 Fr.
- ☞ 1106 Fr. - 978 Fr.

3. **Aufgaben darstellen**

☞ Zwei Schüler und zwei Schülerinnen haben die Aufgabe 1d dargestellt. Welche Darstellung findest du am besten? Liste die Vor- und Nachteile der einzelnen Darstellungen auf.

Maria: Anna: 627 Fr. + 479 Fr. = 1106 Fr.

Ursula: 627 Fr. (selbst gespart) + 479 Fr. (von der Mutter) = 1106 Fr. (kosten das Velo)

Remo: 627 + 479 = 1106 das Velo kostet 1106 Fr.

Isma: Eigenes Sparkonto 627 Fr. Geschenk der Mutter 479 Fr. Preis des Velos 1106 Fr.

☞ Stelle jetzt die Aufgabe 1g dar und vergleiche deine Lösung mit den Lösungen deiner Mitschüler und Mitschülerinnen.

Die Jugendlichen erhalten in einer Tabelle Angaben zum wunderbaren Vorgang der Entwicklung von menschlichem Leben im Mutterleib. Sie werden mit neuen Bezeichnungen für ganz kleine und sehr mächtige Grössen bekannt gemacht und aufgefordert, die Tabelle in einen Text und umgekehrt den Text in eine Tabelle umzuwandeln. Mathematik hat sehr viel auch mit Sprache zu tun.

So klein! – So gross!

«Mikro», «milli», «zenti», «dezi», «hecto», «kilo», «mega» sind Bezeichnungen, die bei Grössen verwendet werden. Weisst du, was sie bedeuten?

Stell dir vor, dass sich aus einer winzigen menschlichen Eizelle mit 150 µm Grösse und 1 µg Gewicht ein neues Lebewesen entwickelt, ein neuer Mensch.

Tabelle und Texte enthalten einige Angaben zu diesem wunderbaren Vorgang bei uns Menschen und bei Tieren.

Vor der Geburt		Gewicht	Beimessbares
Alter	Länge	1 µg	Die Eizelle wird befruchtet.
Zeugung	150 µm		Die Eizelle ist im Uterus eingenistet.
2 Wochen	0,2 mm		Die Finger und Zehen sind deutlich zu sehen.
6 Wochen	15 mm	28 g	Die Füsse sind 1 cm lang.
10 Wochen	70 mm	110 g	Die Fruchtwassermenge ist 250 ml.
14 Wochen	16 cm	330 g	In 24 Stunden schluckt das Kind etwa 12 ml Fruchtwasser und scheidet 15 ml Urin aus.
18 Wochen		670 g	Die Augenwimpern sind zu sehen.
22 Wochen	30 cm	1210 g	Die Füsse sind 5,5 cm lang.
26 Wochen	36 cm	1950 g	Die Zehennägel wachsen. Die Fruchtwassermenge ist 1 l.
30 Wochen	40 cm	3400 g	Geburt.
38 Wochen	51 cm		

Nach der Geburt
 Ein Neugeborenes ist durchschnittlich 3 400 g schwer und 51 cm lang. Es sucht sofort nach der Brust der Mutter und trinkt an seinem ersten Lebenstag 20–50 ml Flüssigkeit, aufgeteilt auf 8–12 Mahlzeiten. An jedem Tag der ersten Lebenswoche erhöht sich die Trinkmenge. Ab der 2. Lebenswoche trinkt es etwa 500–600 ml pro Tag. Im 2. Monat sind es 600–900 ml, im 3. Monat 600–1 000 ml. Danach bleibt die Trinkmenge ungefähr konstant. So nimmt das Neugeborene in den ersten drei Monaten jede Woche 80–300 g an Gewicht zu und wächst durchschnittlich 3,5 cm pro Monat.
 Die stillende Mutter braucht selber viel Flüssigkeit. Sie trinkt mit Leichtigkeit 5 dl Tee oder Wasser aufs Mal. Pro Tag sollte sie bis zu 5 l aufnehmen.

• «Mega», «kilo» ... sind Bezeichnungen, die bei Grössen verwendet werden. Einzelnen biet du in der Tabelle und im Text begegnet. Stelle dar, was sie bedeuten im Zusammenhang mit Längen, Gewichten und Hohlmessungen.
 Beispiele:
 • 1 mm = 0.001 m
 • «milli» bedeutet Tausendstel ($\frac{1}{1000}$)

• Verfasse mit den Informationen aus der Tabelle «Vor der Geburt» einen Text.
 • Übertrage die Informationen aus dem Text «Nach der Geburt» in eine Tabelle.

Den Lernenden wird aufgezeigt, dass man mit Kopfrechnen oft schneller ist als mit dem Taschenrechner und dass es trotz Hilfsmitteln wichtig ist, über gute Fähigkeiten im Kopfrechnen zu verfügen.

Mit Kopf, Hand und Taschenrechner

Bei gewissen Rechnungen, wie zum Beispiel beim kleinen Einmaleben, kannst du das Resultat sofort angeben, ohne lange zu überlegen. Du bist sogar schneller als mit einem Taschenrechner. Umfangreiche Berechnungen führst du mit Hilfsmitteln durch. Zum Überprüfen der Resultate musst du gute Fähigkeiten im Kopfrechnen besitzen.

Im Kopf oder mit Bleistift und Papier
 Versuche in einem ersten Durchgang möglichst viele dieser Aufgaben im Kopf zu rechnen. Bei welchen musst du Zwischenergebnisse festhalten? Wo brauchst du den Taschenrechner?

A $2 + 3 + 4 + 7 + 6 + 12 + 13 + 14 + 25 + 26 + 35 + 28 + 102 + 1002 + 24 + 2340$
 B $9 - 6 + 12 - 8 + 24 - 16 + 32 - 9 + 47 - 23 + 63 - 48 + 100 - 38 + 105 - 59 + 1003 - 580$
 C $2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 40 \cdot 60 \cdot 2 \cdot 40 \cdot 70 \cdot 500 \cdot 3 \cdot 80 \cdot 600 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 14 \cdot 14 \cdot 700 \cdot 900 \cdot 12 \cdot 300$
 D $37 + 88 + 46 + 165 + 287 + 36 + 476 + 383 + 2784 + 378 + 5329 + 6837 + 111 + 2222$
 E $45 : 9 + 56 : 7 + 96 : 8 + 121 : 11 + 360 : 4 + 630 : 70 + 7200 : 2 + 4900 : 70 + 10000 : 8$
 F $11 \cdot 14 + 23 \cdot 4 + 26 \cdot 54 + 37 \cdot 7 + 48 \cdot 76 + 149 \cdot 35 + 29 \cdot 794 + 367 \cdot 592 + 2587 \cdot 498$
 G $378 - 178 + 426 - 87 + 832 - 286 + 4531 - 2748 + 5899 - 3756 + 65422 - 8076$
 H $300 : 12 + 238 : 17 + 207 : 9 + 1068 : 23 + 1112 : 8 + 4002 : 46 + 5103 : 27 + 30135 : 123$

Verwandte Rechnungen
 700 · 6 000 ist verwandt mit 7 · 6. Diese Verwandtschaft hilft dir, auch die Rechnung 700 · 6 000 im Kopf zu rechnen: $7 \cdot 6 = 42$, $700 \cdot 6000 = 4200000$. Suche die Verwandtschaft zu einfacheren Rechnungen und rechne im Kopf.
 A $500 \cdot 700 \cdot 30 \cdot 6000 \cdot 7 \cdot 40000 \cdot 1200 \cdot 1200 \cdot 40000 \cdot 80 \cdot 9000 \cdot 110$
 B $7000 + 4000 + 6000 - 12000 + 23000 = 68000$, $730000 = 490000$
 C $5600 : 8 + 144000 : 12 + 4900 : 90 + 36000 : 400 + 960000 : 1200$

Verwandte Rechnungen helfen, die Grössenordnung der Resultate schwieriger Rechnungen abzuschätzen. Hier siehst du zwei mögliche Methoden.

Minderstans – höchstans
 $6000 = 2000 + 4000 < 2380 + 4729 < 3000 + 5000 = 8000$
 Das Resultat liegt zwischen 6000 und 8000.

Gesamt
 $2380 + 4729 = 7109$
 $2380 + 2000 + 4729 = 9109$
 Das Resultat ist ungefähr $2000 + 5000 = 7000$.

Schätze ab nach einer der beiden Methoden. Wo wählst du welche Methode? Warum?

A $14892 + 23751 + 123456 + 234567 + 47315 - 23729 + 987654 - 345678$
 B $356 \cdot 37 + 5640 \cdot 8 + 4465 \cdot 53 + 975 \cdot 246 + 97047 : 789 + 82 \cdot 37046 + 52716 : 573$

Die Lernenden müssen Boxen so mit Hölzchen füllen, dass die Vorgaben erfüllt sind. Die Aufgabe ist so gestellt, dass sie durch Handeln und Probieren gelöst werden kann. Bei diesem Handeln werden mathematische Überlegungen angestellt. Neben dem Entwickeln von Problemlösestrategien wird auch das Verständnis von algebraischen Gleichungen vorbereitet.

Knack die Box

Das Wort «Algebra» kommt ursprünglich aus dem arabischen Wort «al-ğabr» und bedeutet «arrichten» oder «ergänzen». Durch geschicktes Arrichten und Ergänzen kann man Probleme lösen oder eben Boxen knacken.

Boxen füllen

Boxen knacken

Boxen kurz und bündig

Anordnung A

Anordnung B

Anordnung C

Gleichung 1: $x + 2 = 2 \cdot y$

Gleichung 2: $x + 2 = y$

Gleichung 3: $3 \cdot x = y$

Gleichung 4: $x = 3 \cdot y$

1. A Lege mit Hölzchen und leeren Boxen nebenstehende Situation.
Fülle die Boxen nach folgenden Regeln:
1. Beidseits des Gleichheitszeichens liegen gleich viele Hölzchen.
2. In Boxen gleicher Farbe liegen jeweils gleich viele Hölzchen.
B Wie viele Hölzchen können in den roten und blauen Boxen liegen?
C Stellt euch gegenseitig solche Aufgaben.

2. A Legt nebenstehende Situationen. Jetzt müssen beide Gleichungen gleichzeitig erfüllt werden.
Es gelten immer noch die Regeln:
1. Beidseits des Gleichheitszeichens liegen jeweils gleich viele Hölzchen.
2. In Boxen gleicher Farbe liegen in beiden Situationen gleich viele Hölzchen.
B Knack die Boxen.
C Stellt euch gegenseitig solche Aufgaben.
D Sucht Aufgaben, die sich nicht lösen lassen.

3. Jede Boxenanordnung lässt sich in eine Gleichung übersetzen.
Für die Anzahl Hölzchen in der blauen Box steht ein x , für die Anzahl in der roten Box ein y .
A Welche Gleichung gehört zu welcher Boxenanordnung?
B Zeichne die fehlende Boxenanordnung.
C Erzeuge zu allen gezeichneten Boxenanordnungen von Aufgabe 1 und 2 die Gleichungen.

Quellen:

Hartmut Spiegel, Christoph Selzer: *Kinder und Mathematik, was Erwachsene wissen müssen.* Kallmeyer'sche Verlagsbuchhandlung, Seelze-Velber, 2004
 Lehrplan Volksschule Kanton St.Gallen, 1997
logisch; Mathematiklehrmittel für die Mittelstufe, Kantonaler Lehrmittelverlag St.Gallen, 2004
Zahlenbuch 1+2; Klett und Balmer Verlag, Zug, 1996
mathbu.ch 7; Klett und Balmer Verlag, Zug/schulverlag blmv AG, Bern, 2002

Lösung «Marios Trick»:

Mario hat 12 mal 10 gerechnet und dann den jeweiligen Unterschied der einzelnen Zahlen zu 10 von 120 ausgehend laufend subtrahiert (-) oder addiert (+).